Høgskolen i Oslo

Avdeling for ingeniørutdanning

EKSAMENSOPPGAVE

Emne: Matematikk 200 for Dataprogrammet		Emnekode: FO 210 A	Faglig veileder: Steinar Johannesen
Gruppe(r): 3AA, 3AB og 3AC		Dato: 10.12.2008	Eksamenstid: 09.00 - 12.00
Eksamensoppgaven består av	Antall sider (inkl. forsiden): 3	Antall oppgaver: 4	Antall vedlegg: 0
Tillatte hjelpemidler:	Alle skrevne og trykte hjelpemidler. Kalkulator.		

Kandidaten må selv kontrollere at oppgavesettet er fullstendig. Ved eventuelle uklarheter i oppgaveteksten skal du redegjøre for de forutsetninger du legger til grunn for løsningen. Mellomregning og begrunnelse skal tas med i innføringen.

Utarbeidet av (faglærer):	Kontrollert av (en av disse):			Studieleders/ Fagkoordinators underskrift:
	Annen lærer	Sensor	Studieleder/ Fagkoordinator	
Steinar Johannesen				

Oppgave 1 :

a) Gitt to matriser

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 \\ -1 & 2 & 4 \end{bmatrix} .$$

Finn $2B$, A^2B , BA og A^{-1} hvis de eksisterer.

b) Avgjør for hvilke verdier av a følgende likningssystem har eksakt en løsning, uendelig mange løsninger eller ingen løsning :

$$\begin{array}{rcrcrcr} (a+1)\,x & + & (a+2)\,y & - & 2\,z & = & 1-a \\ x & + & (a-1)\,y & - & a\,z & = & -2 \\ x & + & 2\,y & + & (a-2)\,z & = & 1 \end{array}$$

Skriv løsningene på vektor-form når det er uendelig mange løsninger.

c) Løs systemet når $a = 2$.

Oppgave 2 :

a) Hva gjør hver enkelt av de følgende homogene transformasjonsmatriser ?

$$M1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Hvilke av disse transformasjonene er lineære ?

b) La l være den rette linjen gjennom punktene $A = (-3, 0)$ og $B = (0, 3)$. Finn den homogene transformasjonsmatrisen for speiling om l.

Oppgave 3 :

a) Vis at vektorene $(1, 2)$ og $(2, 5)$ er en basis for $\mathbf{R}^2$, og finn koordinatene til vektoren $(1, 4)$ med hensyn på denne basisen.

b) La $T : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ være en lineær transformasjon slik at $T(1, 2) = (2, -1)$ og $T(2, 5) = (4, 1)$. Finn $T(1, 4)$.

Oppgave 4 :

a) Finn en matrise P som diagonaliserer matrisen $A = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$, og angi den tilhørende diagonalmatrisen D.

b) Løs differensiallikningssystemet

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= 5x + \ \ y \\ \frac{dy}{dt} &= 2x + 6y \end{aligned}$$