Eks:

$$-\sin x - \cos x = A \cdot \sin(x-\alpha)$$
$$= A(\sin x \cdot \cos\alpha - \sin\alpha \cdot \cos x)$$

$$-\sin x - \cos x = A \cdot \cos\alpha \cdot \sin x - A \cdot \sin\alpha \cdot \cos x$$

$$\left.\begin{array}{l} A \cdot \cos\alpha = -1 \\ -A \cdot \sin\alpha = -1 \end{array}\right\} \quad \frac{-\cancel{A}\sin\alpha}{\cancel{A}\cos\alpha} = \frac{-1}{-1}$$

$$-\tan\alpha = 1$$

$$\underline{\tan\alpha = -1}$$

$$(A\cos\alpha)^2 + (-A\sin\alpha)^2 = (-1)^2 + (-1)^2$$

$$A^2 \cdot \cos^2\alpha + A^2 \cdot \sin^2\alpha = 2$$

$$\underline{A^2 = 2}$$

$$A = \pm\sqrt{2} \qquad \alpha = \arctan(-1) + n \cdot \pi$$

<u>Velger:</u> $A = \sqrt{2}$

$$\alpha = \arctan(-1) + \pi$$
$$= -\frac{\pi}{4} + \pi = \frac{3\pi}{4}.$$

Addisjon av bølger
(korrigert versjon)

$$a \cdot \sin x + b \cdot \cos x = A \cdot \sin(x - \varphi)$$

$A = \sqrt{a^2 + b^2}$ (eneste positiv løsning)

$$\varphi = \begin{cases} \arctan(-b/a) \\ \text{eller} \\ \arctan(-b/a) + \pi \end{cases}$$ ← hvis både a og b er negativ

Eks:
$$-\sin x - \cos x = A \cdot \sin(x - \varphi)$$

$$A = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$$

$$\varphi = \arctan\left(-\frac{(-1)}{-1}\right) + \pi$$

$$= \arctan(-1) + \pi = -\frac{\pi}{4} + \pi = \underline{\frac{3\pi}{4}}$$

$$\underline{\underline{-\sin x - \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{3\pi}{4}\right)}}$$

Eksponensial og logaritme funksjoner

(kap. 11.1 – 11.7)

Eksponensial funksjon:

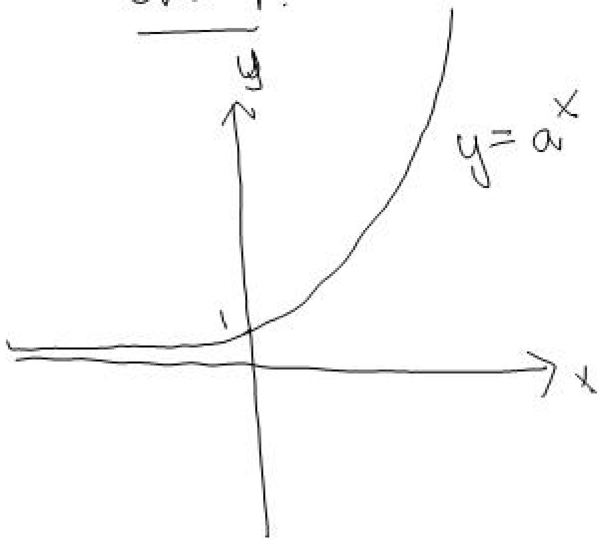
Defn: Funksjonen $f(x) = a^x$ med $a > 0$ er eksponensialfunksjonen med grunntall.

Eks: $f(x) = 2^x$ eksponensialf. med grunntall $a = 2$

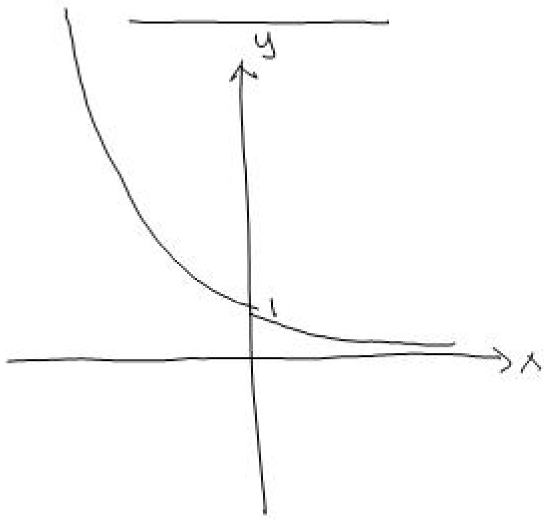
$g(x) = x^2$ polynom f. (andregradsf.)

x	0	1	2	3	10	100	−1	−2	−10
$f(x) = 2^x$	1	2	4	8	1024	$\simeq 1 \cdot 10^{30}$	$2^{-1} = \frac{1}{2}$	$2^{-2} = \frac{1}{4}$	$2^{-10} = \frac{1}{1024} \approx 0.00$
$g(x) = x^2$	0	1	4	9	100	10.000			

$\underline{a > 1:}$



$\underline{0 < a < 1:}$



$a = 1: \quad a^x = 1^x = 1$

$a = 0: \quad a^x = 0^x = 0$

$a < 0:$ __Eks:__ $(-1)^3 = -1$

$(-1)^{1/2} = \sqrt{-1}$ går ikke

$\Big\}$ a^x ikke definert hvis $a < 0$

__Eks:__ $f(x) = 2^x$

$f(0.125) = 2^{0.125} = 2^{1/8} = \sqrt[8]{2}$

$f(0.41) = 2^{41/100} = \left(\sqrt[100]{2}\right)^{41}$

$f(x) = a^x$ er kontinuerlig, med $D_f = \mathbb{R}$
$= (-\infty, \infty)$

og $V_f = (0, \infty)$

(gjelder for alle grunntall a med $a > 1$ eller $0 < a < 1$)

Eks: Befolkningen i en sitt by er
$B_0 = 10.000$ ved tidspunktet $t=0$.
Befolkningen øker med 2.5% per år.

$B(t) =$ befolkningen etter t år

$B(0) = 10.000$

$B(1) = 10.000 \cdot 1.025 = 10.250$

$B(2) = 10.000 \cdot 1.025^2 \simeq 10.506$

$\vdots$

$$\boxed{B(t) = 10.000 \cdot 1.025^t}$$

$B_0 = 10.000$
starttilstand

eksponensialf.
med $a = 1 + \frac{r}{100}$
der r er
prosentvis vekst.

Når blir befolkningen $B = 15.000$?

Svar (grafisk): $t \simeq 16.42$ år

Svar (vedregning):

$x^2 \rightarrow \sqrt{x}$

$2^x \rightarrow \log_2$

$1.025^x \rightarrow \log_{1.025}$

$$\frac{15.000}{10.000} = \frac{\cancel{10.000} \cdot 1.025^t}{\cancel{10.000}}$$

$\boxed{1.025^t = 1.5}$ → logaritmer

$t = \log_{1.025}(1.5)$

Eks: Radioaktivitet

$m(t)$: massen radioaktivt stoff etter t år.

$$\boxed{m(t) = m_0 \cdot \left(\tfrac{1}{2}\right)^{at}}$$

der a er et fast tall for hvert enkelt stoff.

For et radioaktivt stoff er halveringstiden $T_{1/2} = 22$ år. Halveringstid = tiden det tar for stoff-massen er redusert til det halve, $\frac{m_0}{2}$.

$$\frac{\cancel{m_0}}{2} = \cancel{m_0} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{a \cdot 22} \quad \Big| \cdot \frac{1}{m_0}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^1 = \left(\frac{1}{2}\right)^{22a}$$

$$1 = 22a \Rightarrow a = \frac{1}{22}$$

$T_{1/2} = 22$ år:

$$m(t) = m_0 \cdot \left(\tfrac{1}{2}\right)^{\frac{1}{22}t}$$

$$= m_0 \cdot \left(\left(\tfrac{1}{2}\right)^{\frac{1}{22}}\right)^t$$

$$\approx m_0 \cdot 0.969^t$$

$$0.969 = 1 + \frac{r}{100}$$

$r = -3.1\%$