Trigonometriske funksjoner (kap. 10)

Eks: $f(x) = \sin x$

$$f(x) = \frac{\sin x \cos x}{\cos x - 1}$$

$$f(x) = x \cdot \cos x$$

Husk: $x = 60^\circ : f(60) = x \cdot \cos x = 60^\circ \cdot \frac{1}{2} = 30^\circ$ (grader)

$x = \pi/3 : f(\pi/3) = x \cdot \cos x = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{1}{2} = \pi/6$ (rad.)

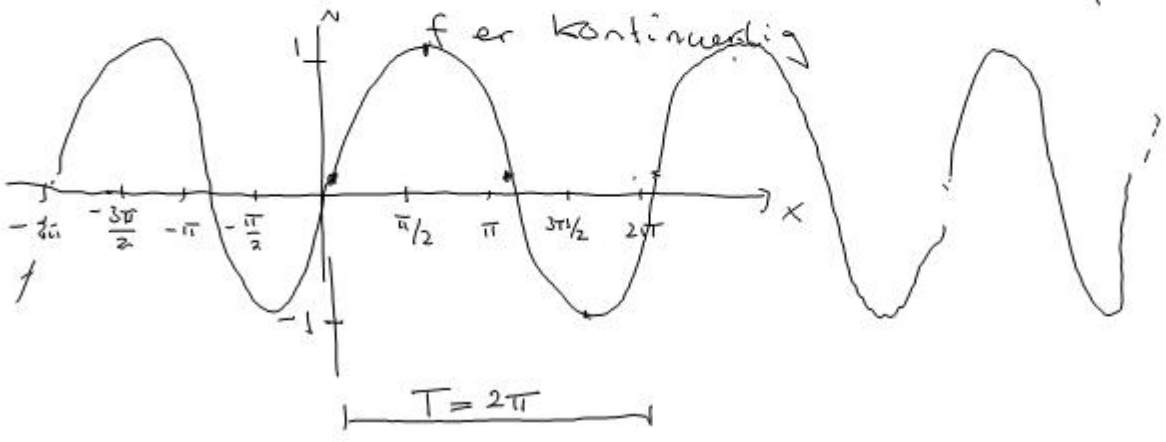
Vi bruker alltid radianer i trigonometriske funksjoner.

Funksjonene $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$:

$f(x) = \sin x$, $D_f = \mathbb{R} = (-\infty, \infty)$, $V_f = [-1, 1]$

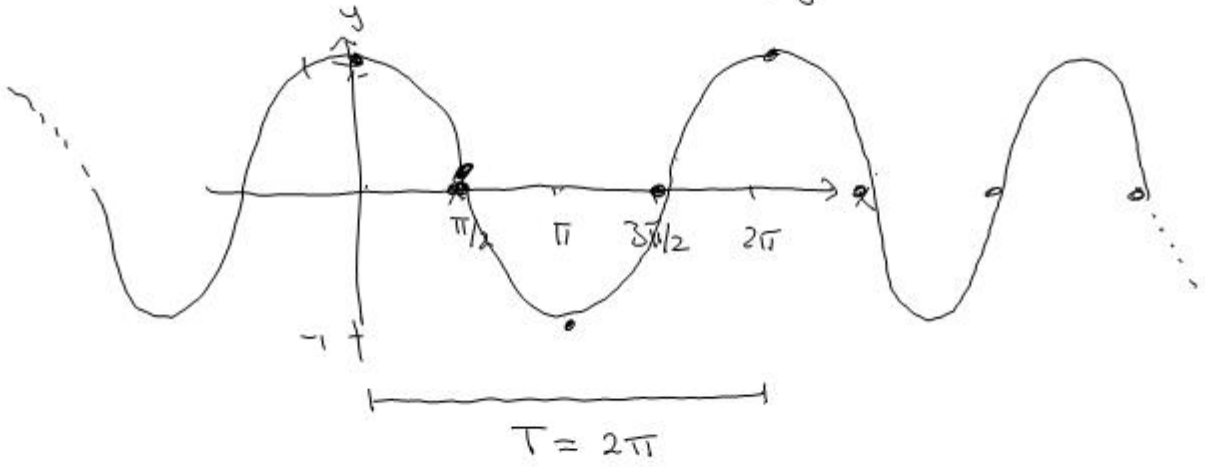
$f(x)$ er periodisk med periode $T = 2\pi$.

f er kontinuerlig



$f(x) = \cos x$, $D_f = \mathbb{R} = (-\infty, \infty)$ $V_f = [-1, 1]$ f er kontinuerlig

f er periodisk med periode $T = 2\pi$



$$\sin(x + \pi/2) = \sin x \cdot \cos \pi/2 + \cos x \cdot \sin \pi/2$$
$$= \sin x \cdot 0 + \cos x \cdot 1$$
$$\boxed{\sin(x + \pi/2) = \cos x}$$

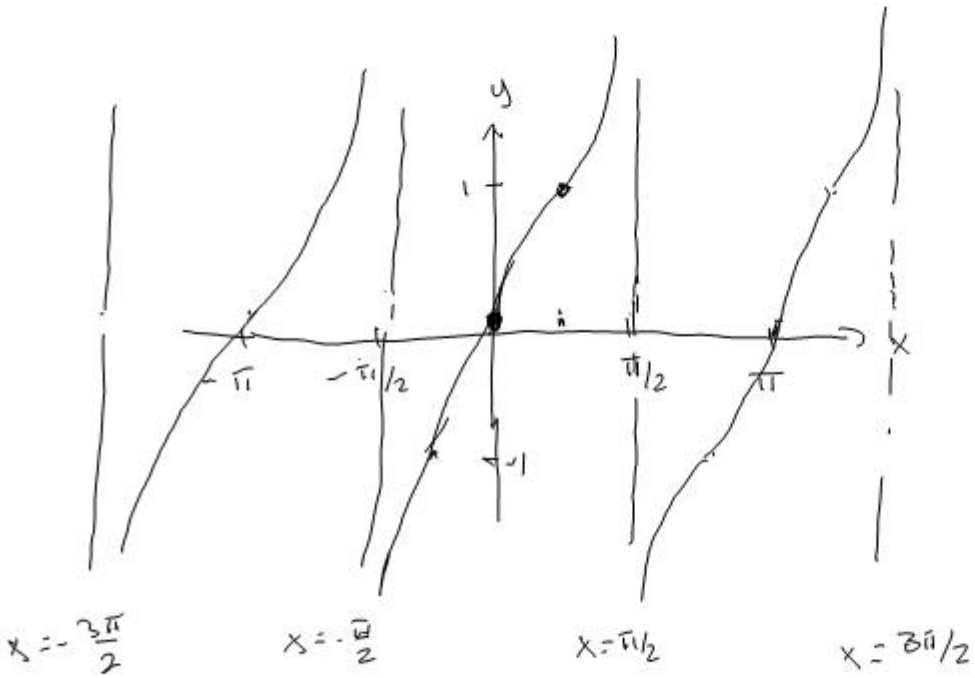
$f(x) = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$, D_f : $x \neq \pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2, \ldots$
$-\pi/2, -3\pi/2, -5\pi/2, \ldots$

D_f : $x \neq \pi/2 + n \cdot \pi$ (n heltall)

f(x) er kontinuerlig $V_f = \mathbb{R} = (-\infty, \infty)$

f(x) har vertikale asymptoter i $x = \pi/2 + n \cdot \pi$ (n heltall)

f(x) er periodisk med periode $T = \pi$.



$f(x) = \tan x$

$T = \pi$

Husk: $f(x)$ er periodisk med periode T hvis at

$$f(x+T) = f(x)$$

for alle x.

Eks: $f(x) = 7 - 10 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{365} \cdot x - \frac{5\pi}{73}\right)$

x: tiden i dager

$f(x)$: temperatur i °C.

Harmoniske svingninger:

$$f(x) = A \cdot \sin(\omega(x - \varphi)) + c$$

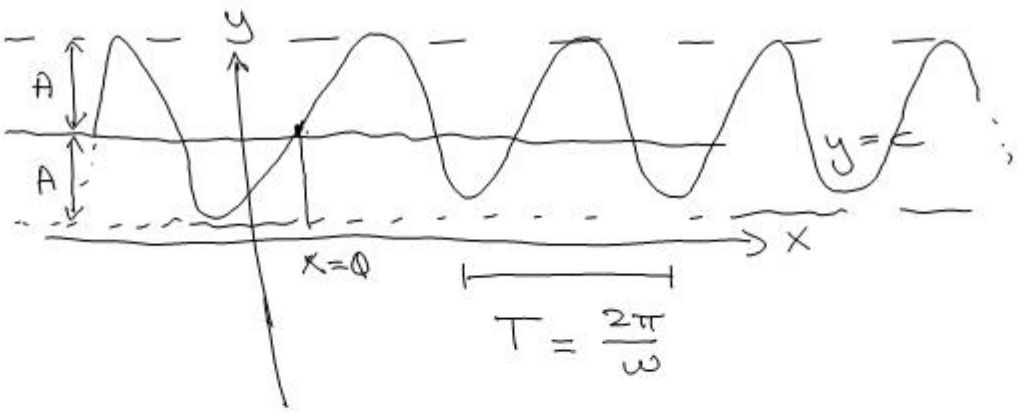
standard-form.

$A > 0$: amplituden

c : likevektslinje $y = c$

$k = \omega > 0$: vinkelhastighet

φ : fase forskyvning



$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

ω = vinkelhastighet

T = perioden

Eks: $f(x) = 7 - 10 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{365} \cdot x - \frac{5\pi}{73}\right)$

topp: $y = 17$
bunn: $y = -3$

$C = \frac{17 + (-3)}{2} = 7$

$A = 17 - 7 = 10$

$7 - (-3) = 10$

periode: $T \simeq 558 - 194 = 364$

$\omega \approx \frac{2\pi}{T} \simeq \frac{2\pi}{364}$

(Helt nøyaktig verdi: $T = 365$, $\omega = \frac{2\pi}{365}$)

faseforskyvning: $Q \simeq 103$