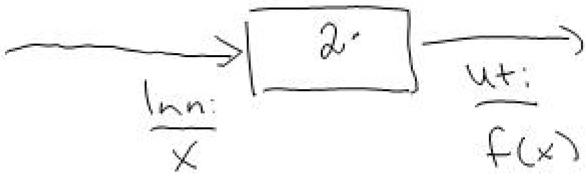
Funksjoner

- Kap 3: funksjoner
- Grafisk tolkning (3.7, 4.2)
- Rette linjer (kap. 3)

Sirkler (?)

Eks: En funksjon kan beskrives ved hjelp av et funksjonsuttrykk

$$f(x) = 2x$$



$x = 1$ $f(1) = 2 \cdot 1 = 2$

$x = 3$ $f(3) = 2 \cdot 3 = 6$

Defn: En funksjon er en regel som til enhver lovlig x-verdi (INPUT) tilordner en funksjonsverdi (OUTPUT).

Eks: $f(x) = x^2 + 1$

$x = 0 \rightsquigarrow f(0) = 0^2 + 1 = 1$

$x = 1 \rightsquigarrow f(1) = 1^2 + 1 = 2$

$\vdots$

Definisjonsmengde:

Navn: D_f = definisjonsmengden til f
= alle lovlige x-verdier (INPUT)

Eks. (a) $f(x) = 2x+1$, $D_f = (-\infty, \infty) = \mathbb{R}$

$f(x) = \sqrt{x}$, $D_f = [0, \infty)$

$x \geq 0$

(b) $f(x) = 2x+100$,
$$\begin{cases} x: \text{ ringetid (min) / mnd} \\ 100: \text{ faste kostn. (kr) / mnd} \\ 2: \text{ pris per min (kr)} \end{cases}$$

$f(50) = 2 \cdot 50 + 100$
$= \underline{200}$

$f(x) = 2x+100$, $x \geq 0$

$D_f = [0, 60 \cdot 24 \cdot 31]$

Eks. $f(x) = \dfrac{1}{2x+1}$, $x \neq -1/2$

$D_f = (-\infty, -1/2) \cup (-1/2, \infty)$

$$\left(\begin{array}{c} 2x+1 = 0 \\ \dfrac{2x}{2} = \dfrac{-1}{2} \\ x = -1/2 \end{array} \right)$$

Verdimengde:

V_f = verdimengden til f

= alle verdien $f(x)$ for $x \in D_f$.

= alle lovlige y-verdier (OUTPUT).

Eks: $f(x) = x^2 - 4$, $D_f = (-\infty, \infty) = \mathbb{R}$

$V_f = [-4, \infty)$

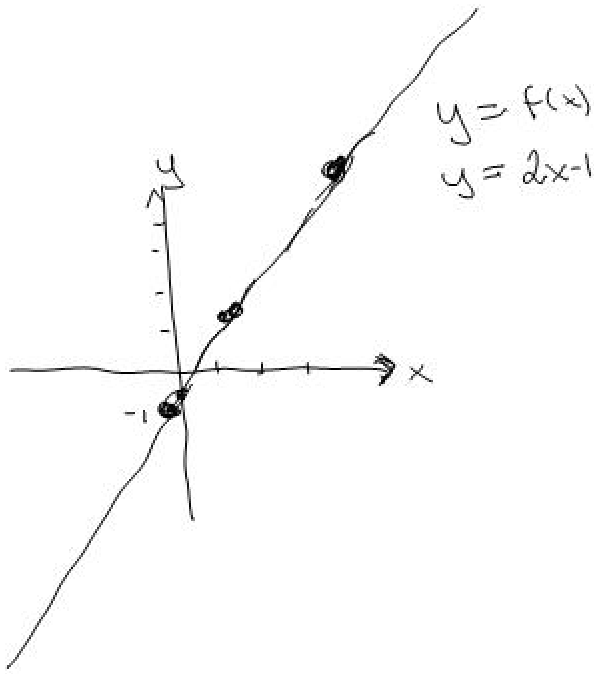
Grafen til en funksjon

Grafen til f = løsningene av $\boxed{y = f(x)}$

Eks: $f(x) = 2x - 1$

Tabell:

x	0	3	1
$f(x) = y$	-1	5	1
	$= f(0)$	$= f(3)$	$= f(1)$



Lineære funksjoner = polynomer av grad 1

$f(x) = ax + b$ (a, b gitte tall)

Eks: $f(x) = 2x + 1$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{En funksjon} \\ \text{er lineær} \end{array} \right\} \Longleftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Grafen til } f \\ \text{er en rett linje} \end{array} \right\}$$

Eks: (a) $f(x) = 2x + 1$

$y = 2x + 1$ rett linje

(b) $f(x) = x^2 - 1$

$y = x^2 - 1$ ikke rett linje

(c) $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ ikke rett linje

(d) $f(x) = \frac{x-1}{2}$

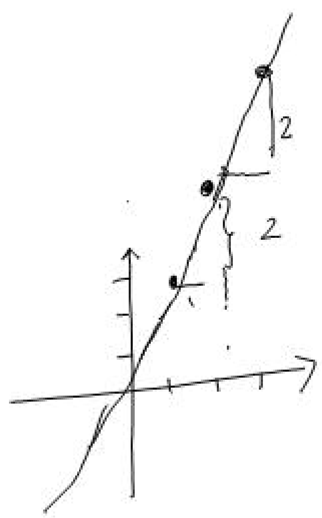
$= \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ rett linje

Eks: $f(x) = 2x + 1$

$x = 1$, $f(1) = 3 \to (1, 3)$

$x = 2$, $f(2) = 5$

$x = 3$, $f(3) = 7$



$f(x) = 2x + 1$

$f(x+1) =$

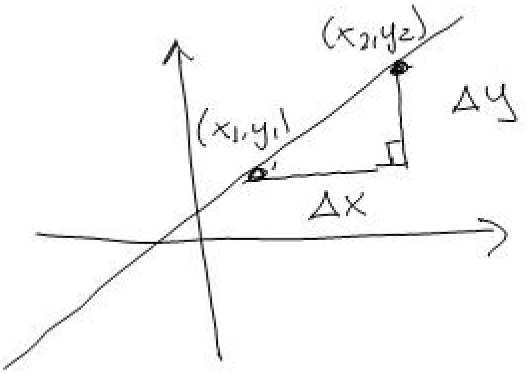
$$\left.\begin{array}{l} f(x) = \underline{2x+1} \\ f(x+1) = 2\cdot(x+1) + 1 = \underline{2x+3} \end{array}\right\} 2$$

Stigningstall:

Grafen til $y = ax + b$ er en rett linje. Stigningstallet er definert som

$$\boxed{a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$$

Δ = delta = endring



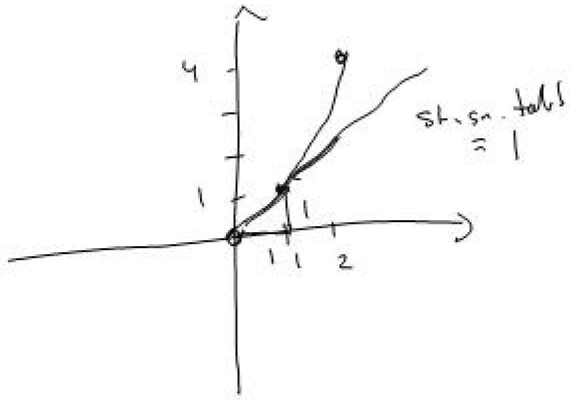
$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Eks: $f(x) = x^2$

$f(0) = 0^2 = 0$

$f(1) = 1^2 = 1$

$f(2) = 2^2 = 4$



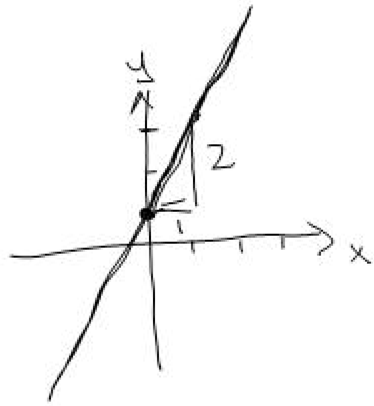
Fra $x=0$ til $x=1$: $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{1} = 1$

$x=1$ til $x=2$: $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3}{1} = 3$

Konklusjon:

* En lineær funksjon $f(x) = ax+b$ har en graf som er en rett linje med stigningstall a. Dessuten er $f(0) = b \iff b$ er skjæringspkt. med y-aksen.

Eks: $f(x) = 2x+1$



* Rett linje
* $\underline{a=2}$ stigningstall
* $\underline{b=1}$ skj. punkt med y-aksen

* En funksjon som ikke er lineær, $\left(\text{for eksempel } f(x)=x^2,\ f(x)=\sqrt{x},\ f(x)=\frac{1}{x}, \ldots\right)$ har ikke en graf som er en rett linje, og har ikke et bestemt stigningstall.