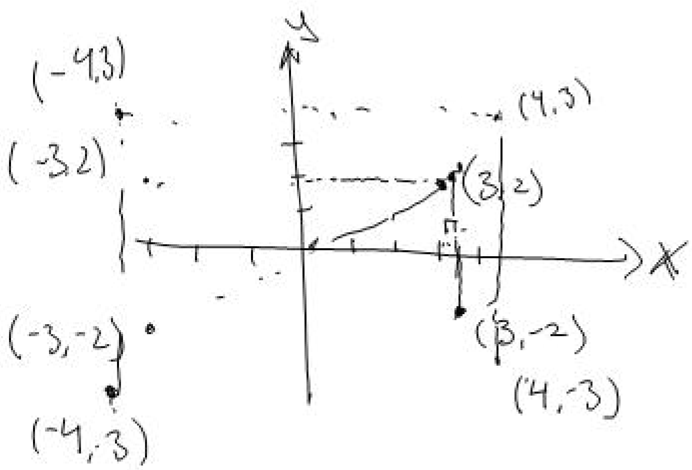
Speiling og symmetrier (kap. 11.8)

Viktige speilinger i planet

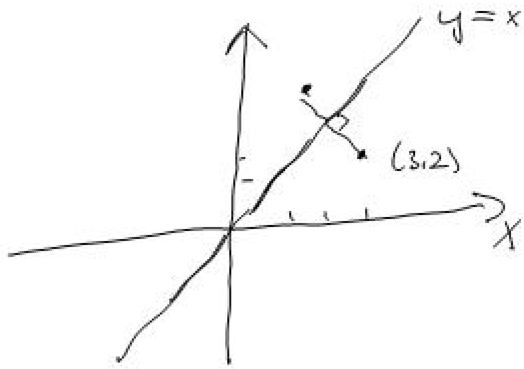


(a) Speiling om x-aksen:

$$(x,y) \rightsquigarrow (x,-y)$$

(b) Speiling om y-aksen:

$$(x,y) \rightsquigarrow (-x,y)$$



(c) Speiling om origo:

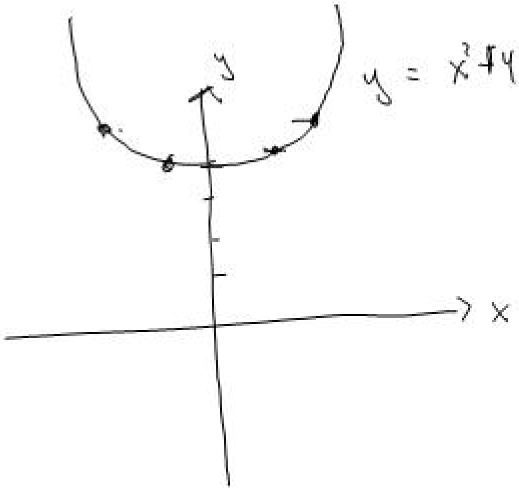
$$(x,y) \rightsquigarrow (-x,-y)$$

(d) Speiling om linjen $y=x$:

$$(x,y) \rightsquigarrow (y,x)$$

Symmetrier

Eks: $f(x) = x^2 + 4$



Speiler om y-aksen

$(x, y) \rightsquigarrow (-x, y)$

Grafen til $f(x)$ speilet om y-aksen

$$f(-x) = (-x)^2 + 4$$
$$= x^2 + 4$$

Før:

$y = x^2 + 4$

Etter:

$y = (-x)^2 + 4$

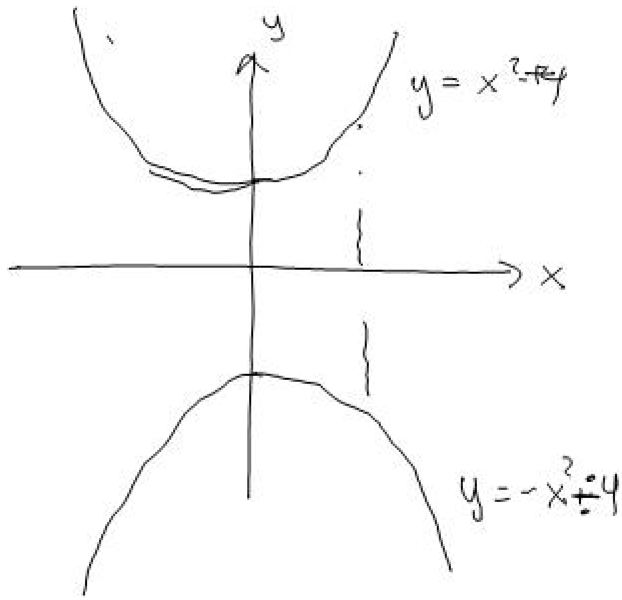
$y = x^2 + 4$

Vi sier at $y = f(x)$ er symmetrisk om y-aksen

Speiling av $y = f(x) = x^2 + 4$

om x-aksen

$$\boxed{(x, y) \longmapsto (x, -y)}$$



$y = x^2 + 4$ (før)

$\Big\downarrow$

$-y = x^2 + 4$

$\underline{y = -x^2 \div 4}$ (etter)

$y = x^2 + 4$ er ikke symmetrisk om x-aksen

La $y = f(x)$ være grafen til funksjonen f.

(1) f er symmetrisk om y-aksen hvis

$$f(-x) = f(x)$$

(2) f er symmetrisk om origo hvis

$$f(-x) = -f(x)$$

En funksjon er aldri symmetrisk om x-aksen unntatt hvis $f(x) = 0$.

Eks: Finn symmetriene til $f(x) = \sin x$

x-aksen: $y = \sin x$ $\quad y = \sin x$ før

$(x,y) \mapsto (x,-y)$ $\quad -y = \sin x$ $\quad y = -\sin x$ etter

ikke symmetrisk om x-aksen

y-aksen: Alt 1. $y = \sin x$

$(x,y) \mapsto (-x,y)$ $\quad y = \sin(-x) = -\sin x$

ikke symmetrisk om y-aksen

Alt 2: $f(-x) = f(x)$:

$f(x) = \sin x$

$f(-x) = \sin(-x) = -\sin x$

Origo: Alt 1: $y = \sin x$

$(x,y) \mapsto (-x,-y)$

$-y = \sin(-x)$

$y = -\sin(-x) = -(-\sin x)$

$= \sin x$

Alt 2: $f(-x) = -f(x)$:

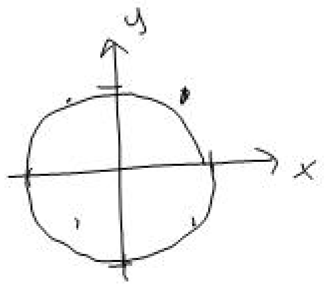
$f(-x) = \sin(-x) = \underline{-\sin x}$

$-f(x) = \underline{-\sin x}$

$y = \sin x$ er symmetrisk om origo

- ikke symm. om x-aksen og y-aksen
- symm. om origo

Eks: $x^2+y^2=1$



Symm. om
origo
x-aksen
y-aksen

Speiling om x-aksen: $(x,y)\mapsto(x,-y)$

$$x^2+y^2=1 \rightsquigarrow x^2+(-y)^2=1$$
$$x^2+y^2=1$$

Speiling om y-aksen: $(x,y)\mapsto(-x,y)$

$$x^2+y^2=1 \rightsquigarrow (-x)^2+y^2=1$$
$$x^2+y^2=1$$

Speiling om origo:

$$x^2+y^2=1 \longrightarrow (-x)^2+(-y)^2=1$$
$$x^2+y^2=1$$