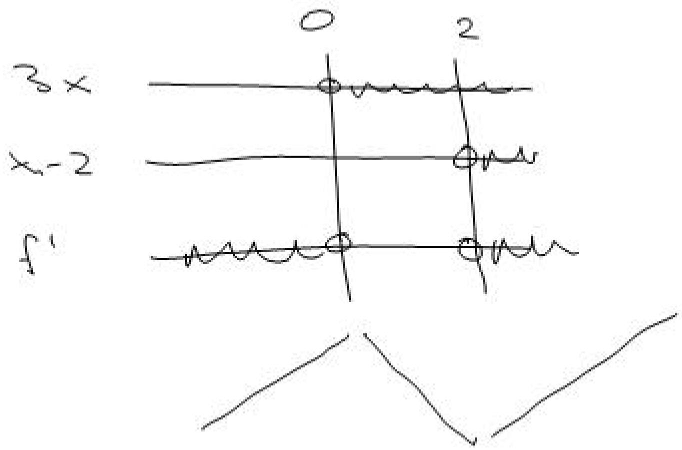
Vendepkt:

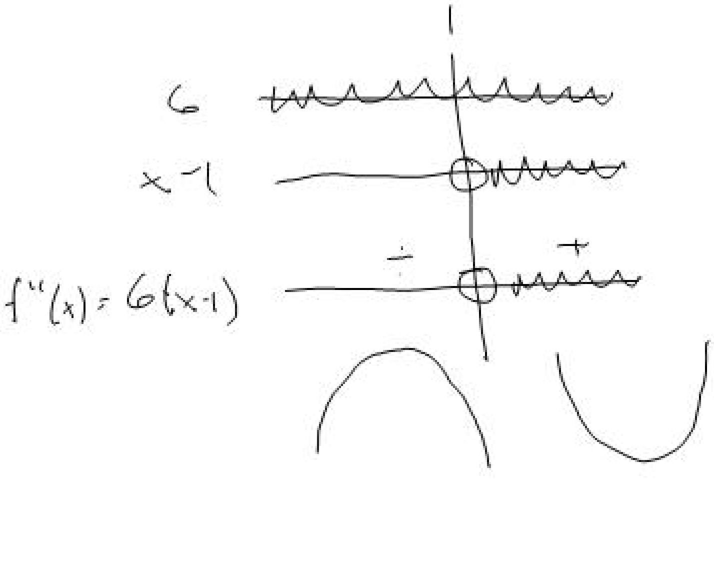
Eks: $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$$



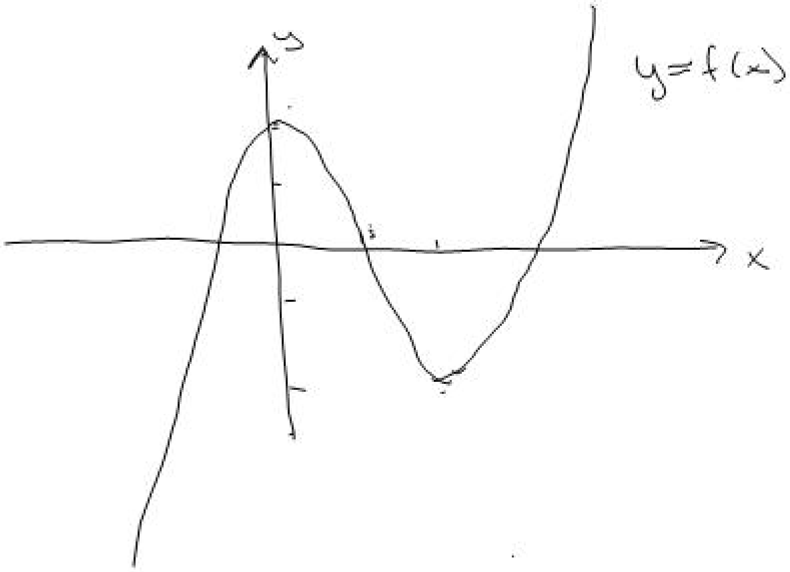
Den andrederiverte:

$$f''(x) = (3x^2 - 6x)' = 3 \cdot 2x - 6 \cdot 1 = \underline{6x - 6}$$



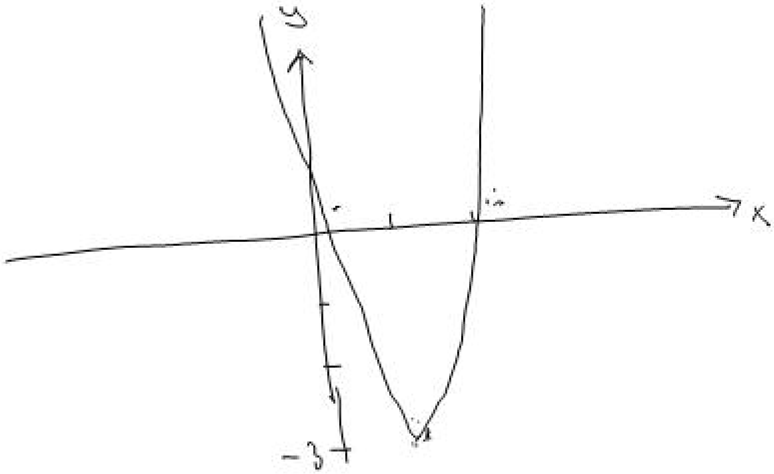
(x)

$= x^3 - 3x^2 + 2$



$f'(x)$

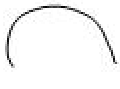
$= 3x^2 - 6x$



Vendepkt: Et punkt der $f''(x)$ skifter fortegn.

Konkav: $f''(x) < 0$ "den hule siden vender ned"

veksten avtar



Konveks: $f''(x) > 0$ "den hule siden vender opp"

veksten øker

Eks fra fysikk: (kap. 8.7)

$s(t)$: posisjon som funksjon av tiden

$s'(t) = v(t)$: fart

$s''(t) = v'(t) = a(t)$: akselerasjon

Eks: $a = -g = -9.81\,m/s^2$

$v' = -g$

$\Rightarrow v = \underline{-gt + v_0}$

$s' = v_0 - gt$

$s = \underline{s_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2}$

Oppsummering:

- når $f(x)$ vokser / avtar
- lokale topp / bunnpkt

} fortegnsskjema for $f'(x)$

- når $f(x)$ er konkav / konveks
- vendepunkter

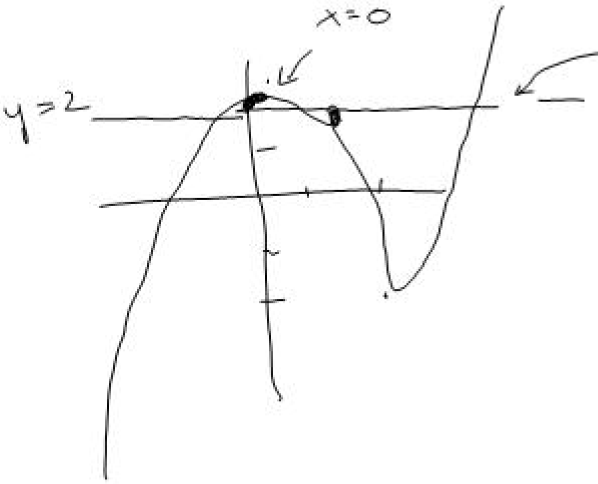
} fortegnsskjema for $f''(x)$

* regne ut likningen til en tangent / vendetangent

Eks: $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$

Finn likningen til tangenten i $x = 0$

— " — vendetangenten



$f'(x) = 3x^2 - 6x$

Tangenten i $x=0$:

* Vet at $(0, 2)$ ligger på tangenten.

* Vet at stigningstallet til tangenten er $f'(0) = 0$

$$\boxed{y - y_0 = a \cdot (x - x_0)}$$

$$y - 2 = 0 \cdot (x - 0)$$

$$y - 2 = 0$$

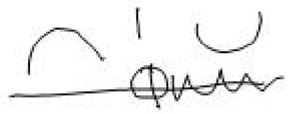
$$y = 2$$

Vendetangent = tangent i vendepunktet.

Vendepunkt:

$$f'(x) = 3x^2 - 6x$$

$$f''(x) = 6x - 6$$



Vendepkt: $x = 1$

Vendetangent:

$$\boxed{y - y_0 = a(x - x_0)}$$

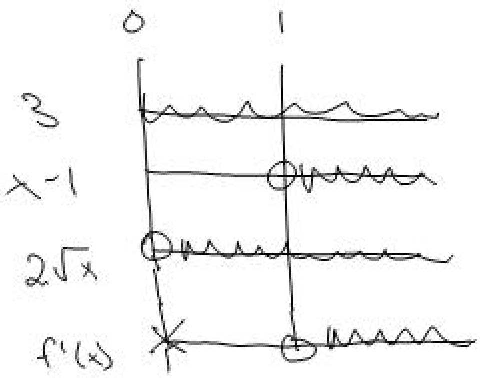
$$\left.\begin{aligned} x_0 &= 1 \\ y_0 &= f(1) = 0 \\ a &= f'(1) = -3 \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} y - 0 &= -3\,(x-1) \\ y &= -3x + 3 \end{aligned}$$

Problem: Hva skjer dersom $f'(x)$ er udefinert?

Eks: $f(x) = x\sqrt{x} - 3\sqrt{x}$, $x \geq 0$

$$f'(x) = \frac{3}{2}x^{1/2} - \frac{3}{2}x^{-1/2}$$

$$= \frac{3\sqrt{x}}{2} - \frac{3}{2\sqrt{x}} = \frac{3x-3}{2\sqrt{x}} = \underline{\frac{3(x-1)}{2\sqrt{x}}}$$



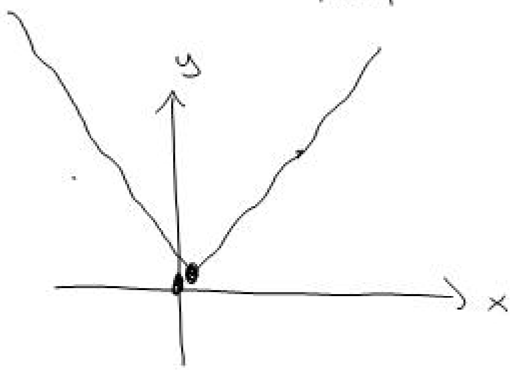
$x=0$ er med i definisjonsområdet, men $f'(0) = -\infty$

(egentlig er f' ikke definert i $x=0$)

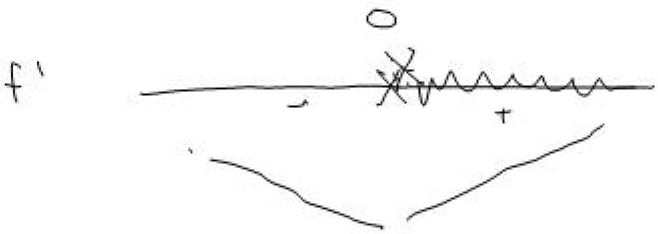
Husk: Hvis f' ikke er definert i $x=a$ kan $x=a$ være et lokalt topp/bunnpkt.

Hvis f'' ikke er definert i $x=a$ kan $x=a$ være et vendepunkt

Eks: $f(x) = |x| = \begin{cases} x & , \ x \geq 0 \\ -x & , \ x < 0 \end{cases}$



$$f'(x) = \begin{cases} 1 & , \ x > 0 \\ \text{udef.} & , \ x = 0 \\ -1 & , \ x < 0 \end{cases}$$



(0,0) er et lokalt bunnpkt.